Pythagore le véritable - Le théorème apocryphe de Pythagore

Publié le 12/10/2020 - 14:16

- Pythagore le véritable

Pythagore le véritable

Agrégé d'histoire et jeune doctorant en archéologie grecque, Corentin Voisin nous introduit dans la secte étrange de Pythagore qui n'a pas que fasciné ou fait trembler les collégiens.

Chaque année, dans une salle de classe, au cœur d'un cours de mathématiques, les élèves connaissent une révélation géométrique transcendante : le théorème de Pythagore. Ranc Nohain chantait pour tous les écoliers un moyen efficace d'en retenir le contenu ($a^2 + b^2 = c^2$) :

Le carré de l'hypoténuse

Est égal, si je ne m'abuse

À la somme des carrés

Construits sur les autres côtés

Le grand public ne connaît finalement rien de plus du sage né à Samos vers 580 et, comble de malheur, l'attribution du fameux théorème à celui-ci est fausse. Mais alors, à qui doit-on cette erreur et d'o vient cette formule ?

Euclide connaît le théorème de Pythagore, sans l'attribuer à Pythagore…

Euclide, mathématicien à la cour des Lagides à Alexandrie entre la fin du IV^{e} et le début du III^{e} siècle avant notre ère écrit une série de treize livres portant sur les mathématiques et la géométrie de son temps, en y présentant des axiomes, des propositions et des démonstrations ; ce sont les *Éléments*. Dans le livre I, la proposition 47 s'accompagne d'une démonstration du célèbre théorème, sans qu'il soit attribué à Pythagore. Plus loin (VI, 31), une autre manière d'expliquer ce théorème passe par l'application de la théorie des proportions d'Eudème de Rhodes, un élève d'Aristote, postérieur de deux siècles au *floruit* du samien. Ce n'est qu'en lisant le commentaire tardif des *Éléments* de Proclus de Lycie, un philosophe néoplatonicien du V^{e} de notre ère que le théorème pourrait être attribué, selon d'anciens auteurs, à Pythagore (426, 6-10).

Le récit légendaire de la découverte du théorème

En suivant cette piste pour remonter dans le temps se rencontre le témoignage de Diogène Laërce, un doxographe qui composa des *Vies de philosophes* au III^{e} siècle de notre ère. Il cite dans sa vie de Pythagore (VIII, 12) une courte épigramme d'un certain Apollodore le logicien (*FGrHist* 1097 F 1c) qui explique que le philosophe sacrifia une hécatombe après la découverte du théorème. Ces vers entraînent tout d'abord un débat sur la datation du court poème, que certains veulent faire remonter au IV^{e} siècle av. n. è en identifiant son auteur à Apollodore de Cyzique, bien que les preuves manquent. Cicéron considère cette anecdote comme fallacieuse, puisqu'elle contredit le végétarisme pythagoricien et l'absence de sacrifices sanglants au sein de la communauté (*De la nature des dieux*, III, 88). Selon Porphyre, l'auteur néoplatonicien d'une *Vie de Pythagore* datée de la deuxième moitié du III^{e} siècle, Pythagore n'a pas véritablement consacré des êtres animés, mais plutôt un bœuf de pâte, éventuellement rempli d'aromates (36). Néanmoins, la critique des sources contemporaine a mis en évidence un schéma récurrent chez les penseurs présocratiques qui sacrifient des bovins ou des gâteaux qui en prennent la forme après des victoires ou des découvertes ; Thalès fit de même (Diogène Laërce, I, 24), ainsi qu'Empédocle (fr. 31 A 11 Diels-Kranz).

En continuant de progresser à rebours, le fragment d'Apollodore se rencontre à nouveau chez Plutarque (*De l'impossibilité de vivre heureux en suivant*

Épicure, 109 B4). Selon le moraliste, il n'est pas certain que le sacrifice ait commémoré la découverte du théorème bien connu, mais plutôt de la méthode pour réaliser la quadrature de l'aire sous une parabole, qui fut démontrée par Archimède quatre siècles plus tard. Enfin, Vitruve, le célèbre architecte romain, n'explique pas la théorie générale d'application de la formule pythagoricienne, mais uniquement un cas particulier dans un triangle dont les côtés font 3, 4 et 5 unités de mesure (*De l'architecture*, IX, préface, 6).

L'inventaire des sources et leur analyse ne permet pas de faire remonter au-delà du I^{er} siècle avant notre ère l'attribution du théorème à Pythagore, à moins de considérer le fragment d'Apollodore le logicien comme un témoignage contemporain de Platon. En fait, les chercheurs en histoire des mathématiques ont montré que les démonstrations n'étaient probablement pas essentielles chez le sage de Samos et que son implication en arithmétique ou en géométrie est restée faible. Certains pythagoriciens de la seconde génération ont, en revanche, produit de véritables raisonnements mathématiques tout en développant des concepts, comme Hippase de Métaponte (voir L. Zhmud, *Pythagoras and the Early Pythagoreans*, Oxford, 2012, p. 251 et 273-273).

Le théorème de Pythagore bien avant Pythagore

Dans ce cas, à qui attribuer le théorème dit de Pythagore ? Il est certain qu'un mathématicien comme Hippocrate de Chios, actif à Athènes vers 430, devait se servir couramment du théorème de Pythagore dans ses recherches, notamment pour effectuer la quadrature des lunules (voir M. Caveing, *La figure et le nombre, vol. 2*, Lille, 1997, p. 138). La preuve de l'égalité a alors été fournie au moyen d'outils simples, comme le découpage des aires, la superposition des angles et les décomptes arithmétiques, autant d'outils qu'un pythagoricien comme Hippase par exemple avait à sa disposition. Cela ne suffit pas pour lui attribuer la découverte du théorème, mais il est probable que la tentation de rapporter toute découverte au maître, comme le montre la formule « *Autos épha* » (Pythagore l'a dit), ait abouti à l'effacement de nos sources du véritable inventeur de la démonstration primitive.

Néanmoins, tout théorème peut être appliqué empiriquement sans avoir été prouvé. La publication de la tablette cunéiforme Plimpton 322 a dévoilé tout un pan

des mathématiques antiques attribué généralement aux pythagoriciens (voir O. Neugebauer et A. J. Savhs, *Mathematical Cuneiform Texts,* New Haven, 1945). Le texte gravé sur de l'argile et datant de l'époque paléobabylonienne (v. 1800 avant notre ère) contient une série de recettes pour déterminer des triplets pythagoriciens, c'est-à-dire trois nombres x, y et z qui satisfont l'équation $x^2 + y^2 = z^2$, soit une généralisation du théorème dit de Pythagore. La tablette est donc une série de problèmes algébriques de ce type, résolus empiriquement, et qui ont une application pratique, par exemple pour des mesures agronomiques. Des recettes conservées sur des *papyri* existent aussi en Égypte au Moyen Empire et durant la deuxième Période intermédiaire (XVI^e s. avant notre ère).

Pythagore n'est donc pas l'inventeur du fameux théorème qui porte son nom ni de sa démarche empirique d'application et très certainement non plus de sa démonstration. Néanmoins, sa popularité n'a cessé d'augmenter au fil des siècles pour devenir un élément mathématique de la culture populaire. Plus encore, il est à l'origine de certains des grands problèmes mathématiques modernes, dont certains n'ont été résolus que très récemment, comme le grand théorème de Fermat.

Sources citées

Euclide, I, 47 : Dans un triangle rectangle le carré du côté opposé à l'angle droit est égal à la somme des carrés des côtés contenant l'angle droit.

Euclide, VI, 31 : Dans un triangle rectangle, la figure [un rectangle] du côté opposé à l'angle droit est égal à la somme des figures similaires et similairement décrites des côtés contenant l'angle droit.

Proclus, *Commentaire sur les* Éléments *d'Euclide*, 426, 6-10 : En écoutant ceux qui souhaitent raconter des antiquités, il est possible d'en trouver qui attribuent le théorème à Pythagore et ils l'appellent le « sacrificateur de bœuf » après la découverte.

Diogène Laërce, VIII, 12 : Apollodore le logicien dit qu'il sacrifia une hécatombe, parce qu'il avait trouvé que dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés. Il y a cette épigramme à ce sujet :

Pythagore vint à bout de la chose illustre ;

Il trouva le tracé, pour lequel il fit un glorieux sacrifice.

Cicéron, *De la nature des dieux*, III, 88 : On dit pourtant que Pythagore, ayant découvert un nouveau théorème de géométrie, immola un bœuf aux Muses : mais à vrai dire, je n'en crois rien, puiqu'il n'a même pas voulu, à Délos, immoler une victime à Apollon, pour ne pas répandre de sang sur l'autel.

(trad. C. Auvray-Assayas, paris, Les Belles Lettres, 2018)

Porphyre, *Vie de Pythagore*, 36 : En sacrifiant, il ne s'attirait pas la haine des dieux, car il se les rendait propices par de la farine, des gâteaux, de l'encens, du vin doux, mais jamais par ce qui avait eu vie, sauf à l'occasion, des poules et des cochons de lait. S'il sacrifia un bœuf, ce fut un bœuf de pâte, au dire des auteurs plus exacts, quand il eut découvert que le carré de l'hypoténuse du triangle rectangle était égal à la somme de ceux des côtés.

(trad. E. des Places, Paris, Les Belles Lettres, 1982)

Diogène Laërce, I, 24 : Le premier il [Thalès] inscrivit dans le cercle un triangle rectangle, et sacrifia un bœuf.

Plutarque, *De l'impossibilité de vivre heureux en suivant Épicure*, 109 B4 : Soit ce fut au sujet du carré de l'hypoténuse qui est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit ou un problème au sujet de l'aire sous la parabole.

Vitruve, *De l'architecture*, IX, préface, 6 : Pythagore, persuadé qu'il devait aux Muses l'inspiration de sa trouvaille, en témoignage de sa vive reconnaissance leur immola, dit-on, des victimes.

(trad. J. Soubiran, Paris, Les Belles Lettres, 1969)